

4 数値微分と数値積分 / 補遺

【練習問題 4-1】

各 x_i のときの f_i の値は,

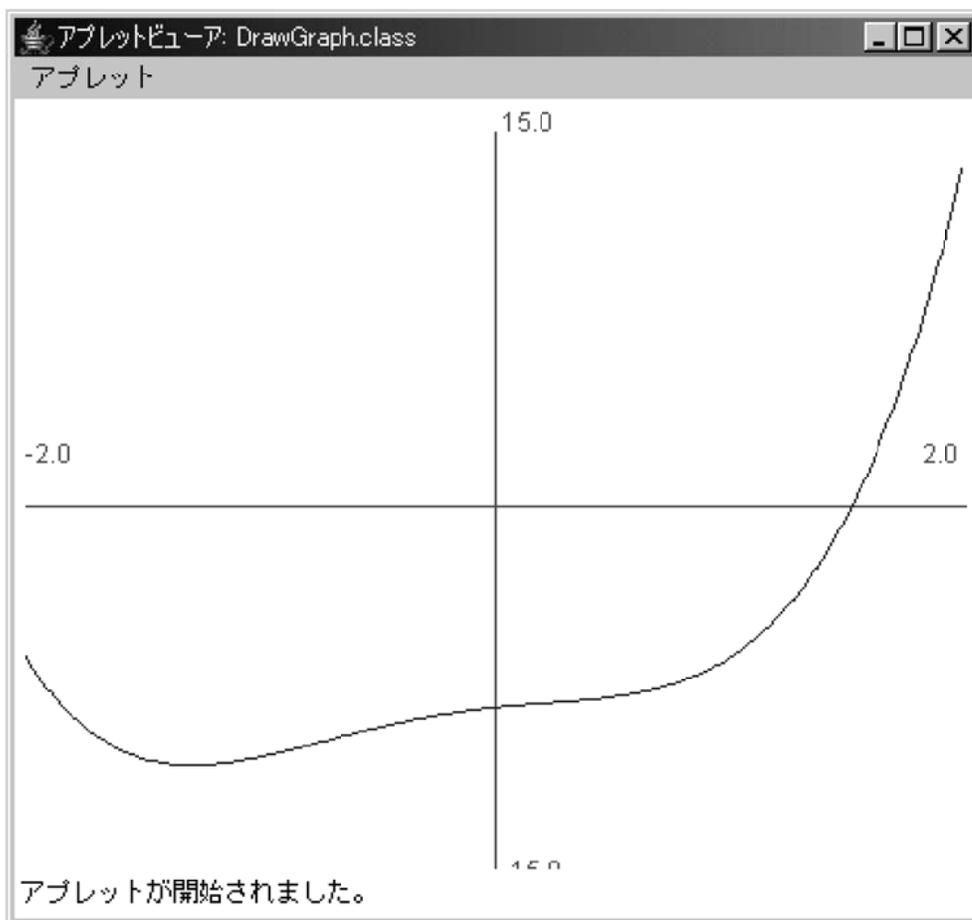
$$f_{-2} = -6; f_{-1} = -10; f_1 = -6; f_2 = 14$$

式 (4.8) ならびに式 (4.9) を用いて計算すると,

$$3 \text{ 点} : \frac{1}{2h} f_1 - f_{-1} = \frac{1}{2}(-6 - (-10)) = 2$$

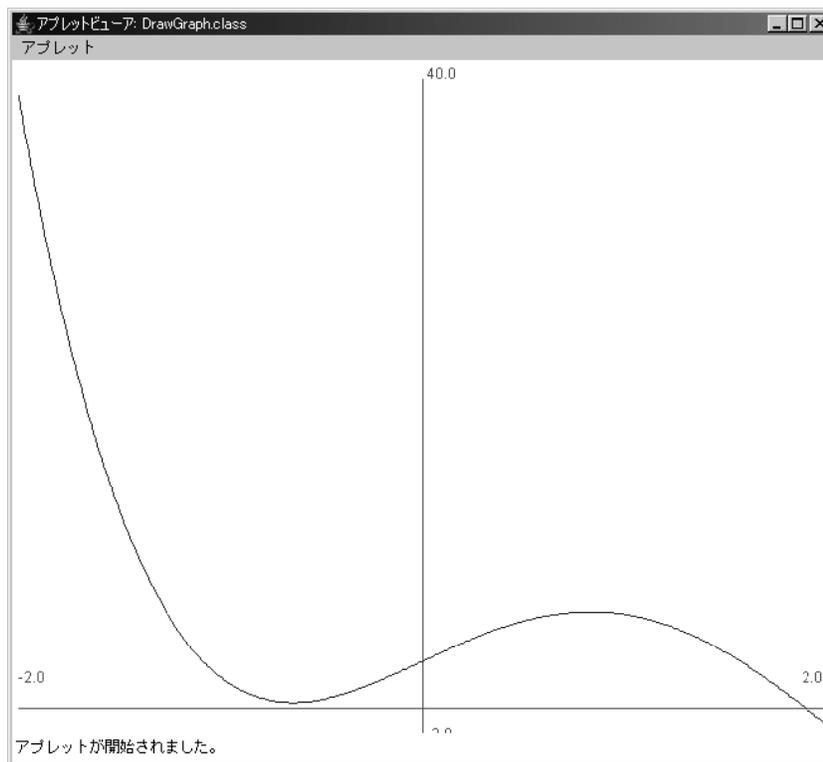
$$5 \text{ 点} : \frac{1}{12h} f_{-2} - 8f_{-1} + 8f_1 - f_2 = \frac{1}{12}((-6) - 8(-10) + 8(-6) - 14) = 1$$

元の式を微分して $x = 0$ を代入すると, $F'(0) = 1$



【練習問題 4-2】(数値積分)

| x | $F(x)$ | 区間求積法 | 台形公式 | シンプソンの公式 | 台形公式(区間数倍) |
|------|---------|---------|---------|----------|------------|
| -2.0 | 39.0000 | 39.0000 | 19.5000 | 15.2083 | 19.5000 |
| -1.5 | 12.5625 | | | | 12.5625 |
| -1.0 | 2.0000 | 2.0000 | 2.0000 | 1.2083 | 2.0000 |
| -0.5 | 0.5625 | | | | 0.5625 |
| 0.0 | 3.0000 | 3.0000 | 3.0000 | 4.2083 | 3.0000 |
| 0.5 | 5.5625 | | | | 5.5625 |
| 1.0 | 6.0000 | 6.0000 | 6.0000 | 3.2083 | 6.0000 |
| 1.5 | 3.5625 | | | | 3.5625 |
| 2.0 | -1.0000 | | -0.5000 | | -0.5000 |
| | 合計 | 50.0000 | 30.0000 | 24.8333 | 25.8750 |



この関数を実際に積分して値を求めると、

$$\frac{124}{5} = 24.8$$

となり、シンプソンの公式がかなりよい近似を与えていることがわかる。また、台形公式の区間数を倍にすると、真値にかなり近い値になっていることがわかる。