

## 6 非線形方程式の数値解法 / 補遺

### 【練習問題 6-1】

$f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 6$  のグラフを描き，ニュートン・ラフソン法での求解の過程を図示せよ．ただし，初期解として， $x_1 = -3$  の場合と， $x_1 = 1$  の場合を考えてみよ．

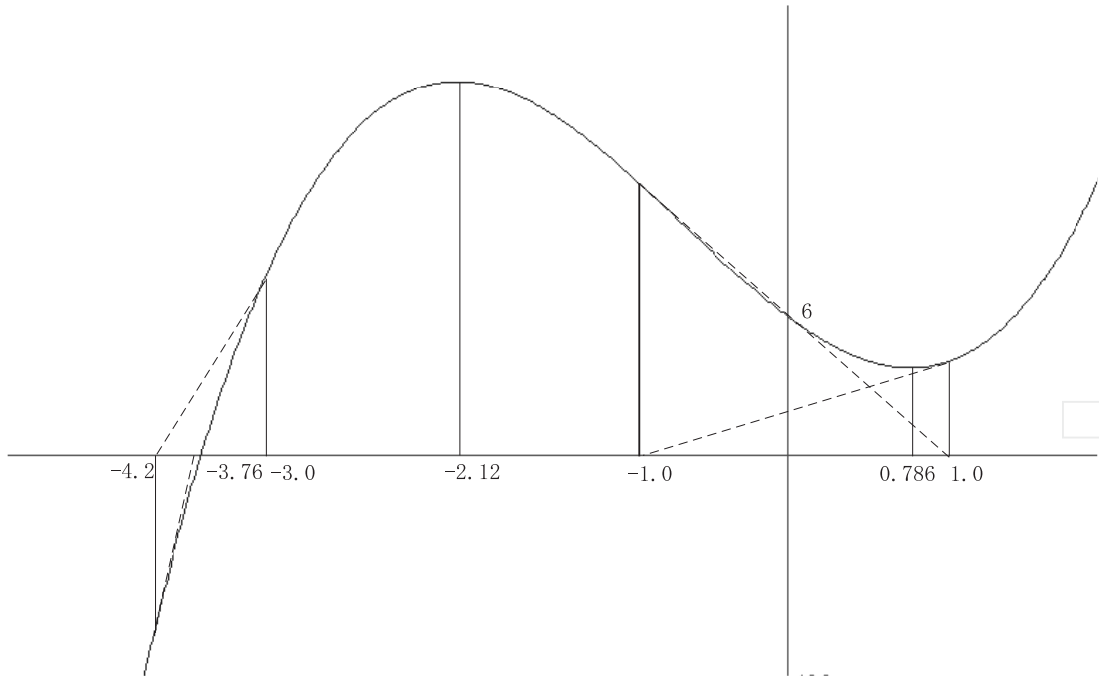


図 1: ニュートン・ラフソン法での収束過程

初期値が  $x_1 = -3$  のときの計算過程は，

	step-1	step-2	step-3	step-4	step-5
$x$	-3.0000	-4.2000	-3.8206	-3.7579	-3.7563
$f(x)$	12.00000	-11.80800	-1.47146	-0.03682	-0.00002

初期値が  $x_1 = 1$  のときの計算過程は，

	step-1	step-2	step-3	step-4	step-5
$x$	1.0000	-1.0000	1.0000	-1.0000	1.0000
$f(x)$	4.0000	12.0000	4.0000	12.0000	4.0000

となり，-1 と 1 との間を振動するだけで解に収束しないことがわかる．

【練習問題 6-2】

次の連立方程式に関してヤコビ行列を求めよ。

$$f_1(x, y) = 0.1x^2 + y - 5 = 0$$

$$f_2(x, y) = x^2 + y^2 - 100 = 0$$

具体的に式を当てはめて計算してみると以下のようなになる。

$$\mathbf{J}(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x, y)}{\partial x} & \frac{\partial f_1(x, y)}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2(x, y)}{\partial x} & \frac{\partial f_2(x, y)}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2x & 1 \\ 2x & 2y \end{bmatrix}$$

このヤコビ行列を用いて、繰り返し計算を行ってみる。

STEP	$x, y$	$f_1, f_2$	$\mathbf{J}(x, y)$	$\mathbf{J}^{-1}(x, y)$	$\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{bmatrix}$
1	$\begin{bmatrix} 1.0000 \\ -1.0000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5.9000 \\ -98.000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.2 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.8333 & 0.4167 \\ 0.8333 & -0.0830 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 45.7500 \\ -3.2500 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} 46.7500 \\ -3.2500 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 209.31 \\ 2103.6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9.35 & 1 \\ 93.5 & -8.5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.0491 & 0.0058 \\ 0.5405 & -0.054 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -22.4468 \\ 0.57095 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 24.303 \\ -3.679 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 50.386 \\ 504.18 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4.8606 & 1 \\ 48.606 & -7.358 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.0872 & 0.0119 \\ 0.5761 & -0.058 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -10.3699 \\ 0.01878 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} 13.933 \\ -3.66 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 10.754 \\ 107.54 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.7867 & 1 \\ 27.867 & -7.321 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.1517 & 0.0207 \\ 0.5773 & -0.058 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3.8589 \\ 0.00002 \end{bmatrix}$
5	$\begin{bmatrix} 10.974 \\ -3.66 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.4891 \\ 14.891 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.0149 & 1 \\ 20.149 & -7.321 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.2098 & 0.0287 \\ 0.5774 & -0.058 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.739 \\ 0.0000 \end{bmatrix}$
6	$\begin{bmatrix} 9.3353 \\ -3.66 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.0546 \\ 0.5462 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.8671 & 1 \\ 18.671 & -7.321 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.2264 & 0.0309 \\ 0.5774 & -0.058 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.0293 \\ 0.0000 \end{bmatrix}$
7	$\begin{bmatrix} 9.3061 \\ -3.66 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.0001 \\ 0.0009 \end{bmatrix}$			